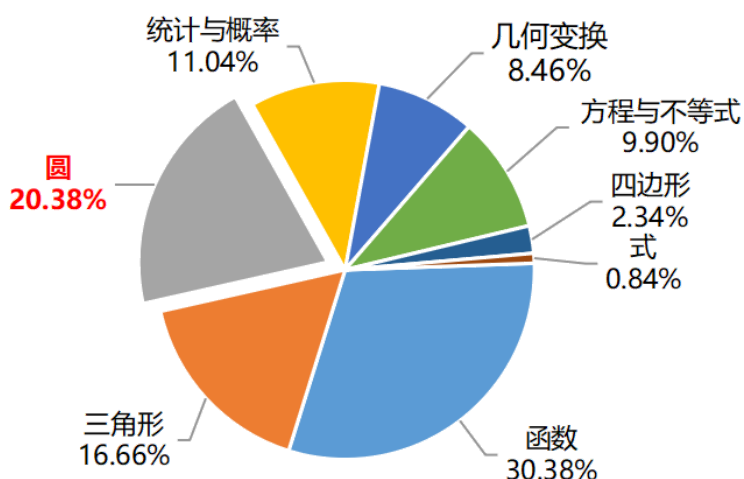


第1讲 圆基础与垂径定理

圆属于人教版教材第二十四章的内容，是期末考试的重要考察点。本模块《圆的初步》，重点包括垂径定理、圆周角定理、切线等重要知识点，同时也需要学生在理解概念的基础上，总结一定的解题思路，为后续综合学习奠定基础。

本模块难度适中，适用于基础知识的夯实，本模块分为圆基础与垂径定理、圆周角定理及应用、与圆有关的位置关系、与圆有关的计算4讲内容，加油站与讲义内容完全对照，帮助学生巩固薄弱点和易错点。

知己知彼

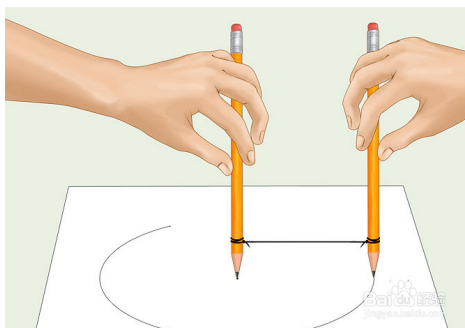
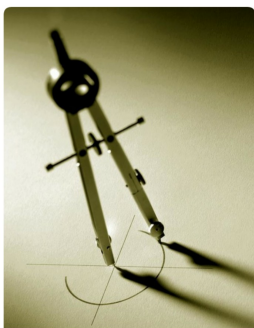


知识点	难度	考频
圆的基本概念	★	低
垂径定理	★★★★★	高
弧、弦、圆心角关系	★★★★	高
圆周角定理	★★★★★	高
圆内接四边形	★★★★	中
点与圆的位置关系	★★	低
直线与圆的位置关系	★★	中
切线的性质与判定	★★★★★	高
圆与正多边形	★★★★	中
圆中计算	★★★★	中

一、圆的基本概念

1. 圆的定义

思考：如何画圆

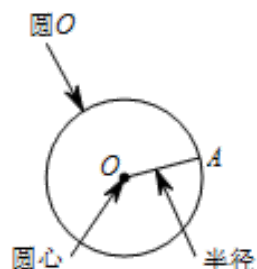


(1) 圆的描述性定义：

在一个平面内，线段 OA 绕它的一个端点 O 旋转一周，另一个端点 A 所形成的图形叫做____，其中固定端点 O 叫做____， OA 叫做____。通常用符号____表示圆，记作“____”，读作“____”。

从图中画图的过程也可以看出：

- ①圆上各点到____（圆心 O ）的距离都等于____（半径 r ）；
- ②到____的距离等于____的点都在_____。



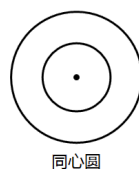
(2) 圆的集合性定义：平面内到____的距离等于____的点的集合叫圆，定点叫____，定长叫____。

(3) 同圆：圆心____且半径____的圆叫同圆；

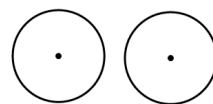
(4) 同心圆：半径____的两个圆叫做同心圆；

(5) 等圆：半径____（能够____）的两个圆叫做等圆。

(6) 圆的对称性：圆既是____图形也是____图形，对称轴为直径所在的_____。



同心圆



等圆

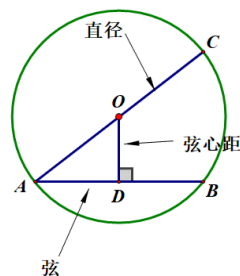
2. 弦的定义

(1) 弦：连结____任意两点的____叫做弦。

(2) 直径：经过____的弦叫做圆的直径，直径等于半径的____倍。

(3) 弦心距：从____到____的距离叫做弦心距。

！注意：①直径是最____的弦，圆中，弦长 AB 的取值范围是：_____。
②直径是弦，是经过圆心的特殊的弦，但弦_____是直径。



思考：如何证明直径是圆中最长的弦

3. 弧的定义

(1) 弧：圆上任意两点间的部分叫做圆弧，简称弧。以 AB 为端点的圆弧记作_____，读作_____。

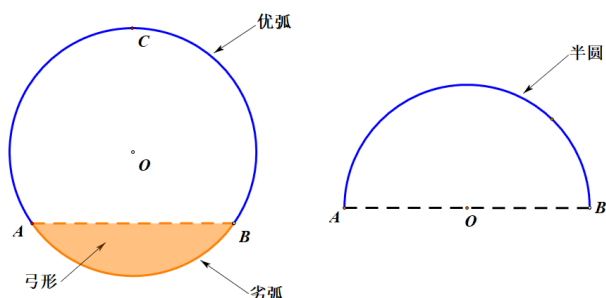
(2) 等弧：在_____中，能够_____的弧叫做等弧。

(3) 半圆：圆的任意一条直径的两个端点分圆成两条弧，每一条弧都叫做半圆。

(4) 优弧：_____半圆的弧叫做优弧，用_____个大写字母表示，如_____。

(5) 劣弧：_____半圆的弧叫做劣弧，用_____个大写字母表示，如_____。

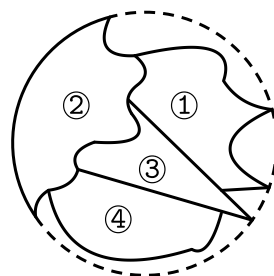
(6) 弓形：由_____及其所对的_____组成的图形叫做弓形。



举个“栗子”

栗子1

- 下列说法错误的是（ ）。
- 已知圆心和半径可以作一个圆
 - 经过一个已知点 A 的圆能做无数个
 - 经过两个已知点 A, B 的圆能做两个
 - 经过不在同一直线上的三个点 A, B, C 只能做一个圆
- 小明不慎把家里的圆形玻璃打碎了，其中四块破片如图所示，为配到与原来大小一样的圆形玻璃，小明带到商店去的一块玻璃碎片应该是（ ）。



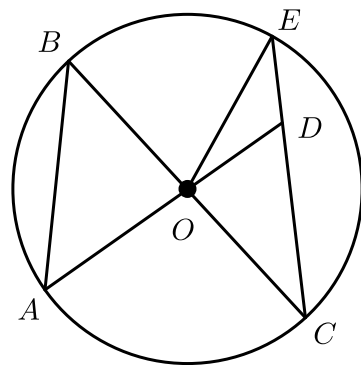
- 第①块
- 第②块
- 第③块
- 第④块

栗子2

3. 判断：将下列语句中，正确的序号填在横线上正确的有：_____。

1. 直径是弦；
2. 弦是直径；
3. 半圆是弧；
4. 半径相等的两个圆是等圆；
5. 过圆心的线段是直径；
6. 两个端点能够重合的弧是等弧；
7. 圆的任意一条弦把圆分成优弧和劣弧两部分；
8. 长度相等的弧是等弧；
9. 直径是最大的弦；
10. 半圆所对的弦是直径；
11. 两个劣弧的和是半圆；
12. 两个半圆是等弧；
13. 圆的半径是 R ，则弦长的取值范围是大于0且不大于 $2R$ 。

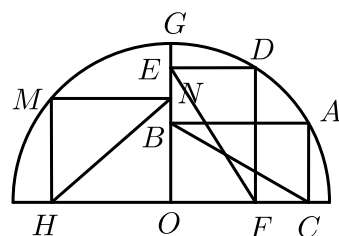
4. 如图，在 $\odot O$ 中，点 A, O, D 以及点 B, O, C 分别在一条直线上，图中的弦的条数有（ ）。



- A. 2条 B. 3条 C. 4条 D. 5条

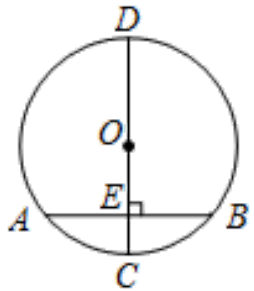
栗子3

5. 如图，点 A, D, G, M 在半圆上，四边形 $ABOC, DEOF, HMNO$ 均为矩形，设 $BC = a, EF = b, NH = c$ ，则 a, b, c 的大小关系为_____。

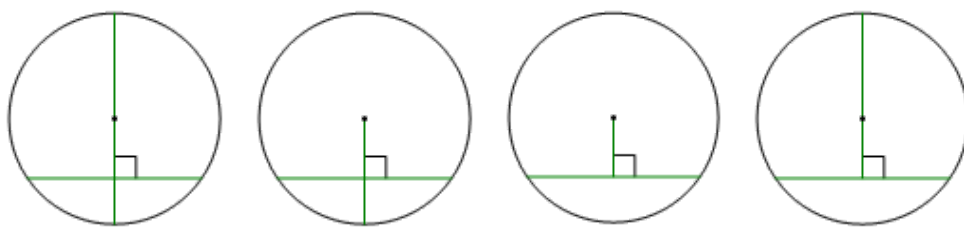


二、垂径定理

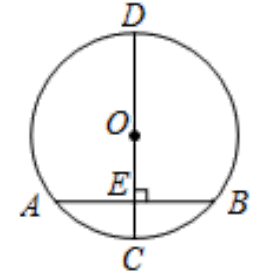
1. 垂径定理：垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的两条弧。

垂径定理	如图，CD是$\odot O$的直径，AB为弦，$CD \perp AB$，垂足为E， 则_____，_____，_____。	
	注意：这里的垂径可以是_____、_____、_____或者过圆心的_____，其本质是过_____。	

常见的垂径定理模型：



2. 垂径定理的推论：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧。

垂径定理推论	如图，$\odot O$的直径CD经过弦AB（非直径）的中点E点， 则_____，_____，_____。	
	注意： 平分弦中弦的约束条件“_____”，因为圆中任意两条直径都互相平分，但不一定垂直	

举个“栗”子

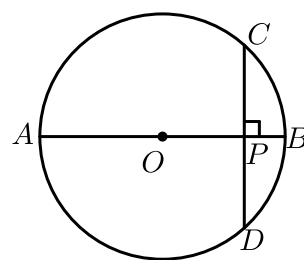
栗子4

6. 下列判断正确的是 () .

- A. 平分弦的直线垂直于弦
B. 平分弧的直线必定平分这条弧所对的弦
C. 弦的中垂线必平分弦所对的两条弧
D. 平分弦的直线必平分弦所对的两条弧

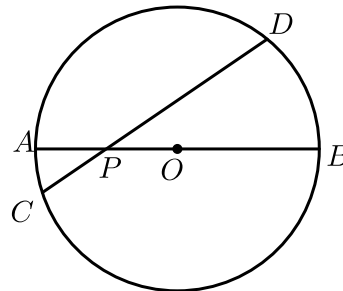
栗子5

7. 如图, $\odot O$ 的直径 $AB = 12$, CD 是 $\odot O$ 的弦, $CD \perp AB$, 垂足为 P , 且 $BP : AP = 1 : 5$. 则 CD 的长为 () .



- A. $2\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{2}$

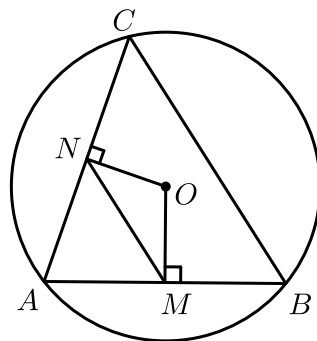
8. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 交 AB 于点 P , $AP = 2$, $BP = 6$, $\angle APC = 30^\circ$, 则 CD 的长为 () .



- A. $\sqrt{15}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{15}$ D. 8

栗子6

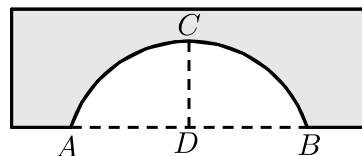
9. 如图，已知 AB 、 AC 都是 $\odot O$ 的弦， $OM \perp AB$ ， $ON \perp AC$ ，垂足分别为 M ， N ，若 $MN = \sqrt{5}$ ，那么 BC 等于（ ）。



- A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{10}$

栗子7

10. 如图，圆弧形桥拱的跨度 $AB = 12$ 米，拱高 $CD = 4$ 米，则拱桥的半径为（ ）。



- A. 6.5米 B. 9米 C. 13米 D. 15米

栗子8

11. 已知 $\odot O$ 的直径 $CD = 10\text{cm}$ ， AB 是 $\odot O$ 的弦， $AB \perp CD$ ，垂足为 M ，且 $AB = 8\text{cm}$ ，则 AC 的长为（ ）。

- A. $2\sqrt{5}\text{cm}$ B. $4\sqrt{5}\text{cm}$ C. $2\sqrt{5}\text{cm}$ 或 $4\sqrt{5}\text{cm}$ D. $2\sqrt{3}\text{cm}$ 或 $4\sqrt{3}\text{cm}$

栗子9

12. 已知： $\odot O$ 的半径为 25cm ，弦 $AB = 40\text{cm}$ ，弦 $CD = 48\text{cm}$ ， $AB \parallel CD$ 。求这两条平行弦 AB ， CD 之间的距离。

栗子10

13. 等腰 $\triangle ABC$ 内接于半径为5的 $\odot O$ ，点 O 到底边 BC 的距离为3，则 AB 的长为 _____。

栗子11

14. $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$ ，弦 $AB = \sqrt{6}$ ，弦 $AC = 2$ ，则 $\angle BAC$ 度数为 _____。

15. 如图，在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 3$ ， $AC = 4$ ， D 、 E 分别是 AC 、 BC 上的一点，且 $DE = 3$ ．
若以 DE 为直径的圆与斜边 AB 相交于 M 、 N ，则 MN 的最大值为 _____ ．

